**שאלה 1**

תהי מכונת טיורינג דטרמיניסטית בעלת סרט אחד, ותהי מילה שעליה עוצרת.

נסמן על ידי  את מספר הפעמים שהראש הקורא כותב של נע ימינה במהלך ריצה של על 

נסמן על ידי  את מספר הפעמים שהראש הקורא כותב של **נע שמאלה או מנסה לנוע שמאלה** במהלך ריצה של על (זכרו שתנועה שמאלה לא תמיד מתבצעת)

האם לכל מכונת טיורינג דטרמיניסטית  בעלת סרט אחד יש מכונת טיורינג דטרמיניסטית  בעלת סרט אחד שמקיימת את התנאים הבאים: **הוכיחו** את תשובתכם.

*  מזהה את אותה השפה כמו  (כלומר, (
* אם , אז 

**שאלה 2**

תהיינה שפות.

נאמר שיש **פונקציית רדוקציה דו כיוונית** בין ל  אם יש פונקציה ניתנת לחישוב שמממשת גם רדוקציה של ל  וגם רדוקציה של ל (אותה הפונקציה מממשת את שתי הרדוקציות)

**דוגמא -**  תהי שפת המילים מעל שהסמל הראשון שלהן הוא 0, ותהי שפת המילים מעל שהסמל הראשון שלהן הוא 1. הפונקציה הבאה מממשת גם רדוקציה של ל  וגם רדוקציה של ל :



(על המילה הריקה f מחזירה את המילה הריקה, על מילה w לא ריקה f מחזירה את המילה המתקבלת מ w על ידי החלפת הסמל הראשון של w)

הוכיחו: אם C שפה כריעה,  אז יש פונקציית רדוקציה דו-כיוונית בין C למשלימה של C ()

**שאלה 3** (סעיף א – 5 נק', סעיף ב- 15 נק')

**תזכורת: התמונה** של פונקציה  היא **הקבוצה** 

תהי D שפת המילים מעל שמייצגת בבינרי מספרים טבעיים שהם חזקה של 2 (1,2,4,8…) למשל המילים 1, 10, 100 שייכות ל D

1. הוכיחו: במכונות טיורינג בעלת סרט אחד.
2. הוכיחו: D איננה התמונה של אף פונקציה חד-חד-ערכית וניתנת לחישוב בזמן פולינומיאלי 

**שאלה 4** (כל סעיף 10 נק')

**תזכורת**: קבוצת צמתים U בגרף לא מכוון G נקראת **קבוצה בלתי תלויה** (Independent set) אם בין כל שני צמתים של U אין קשת בגרף G

נגדיר את השפות הבאות:

בשתי השפות <G> הוא תיאור של גרף לא מכוון שמספר הצמתים שלו זוגי, <G> שייך לשפה הראשונה אם יש בגרף קבוצה בלתי תלויה בגודל מחצית מספר הצמתים **ועוד אחד**, <G> שייך לקבוצה השניה אם יש בגרף קבוצה בלתי תלויה בגודל מחצית מספר הצמתים **פחות אחד.**

1. הראו כי 
2. הראו כי 

בתשובה לכל סעיף הציגו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב בזמן פולינומיאלי.

**שאלה 5**

גרף לא מכוון נקרא דו צדדי (bipartite), אם אפשר לחלק את קבוצת הצמתים שלו לשתי קבוצות זרות  כך שלכל קשת (u,v) בגרף קצה אחד ב וקצה שני ב 





הראו כי 

הציגו את הרדוקציה, הוכיחו שהיא תקפה וניתנת לחישוב במקום לוגריתמי

הדרכה: כדי להפוך גרף לדו צדדי, אפשר להחליף כל קשת בשתי קשתות.

**שאלה 6**

לכל אחת מן הטענות הבאות קבע האם הטענה נכונה ונמק את קביעתך (קביעה ללא נימוק לא תזכה בנקודות). שימו לב – הרדוקציות עליהן מדובר הן במקום לוגריתמי

1. אם , אז B איננה כריעה
2. אם לשפה רגולרית A, אז NL=L
3. אם , אז 